Ejercicio 2:

2)
$$\begin{array}{r} 100001_{(2)} \\ +\ 011110_{(2)} \\ \hline 111111_{(2)} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 100001_{(2)} \\ +\ 011111_{(2)} \\ \hline 1000000_{(2)} \end{array}$$

acarreo, pues la cantidad de bits para representar a la suma supera a la de los sumandos

$$\begin{array}{r} 01111_{(2)} \\ +\ 01111_{(2)} \\ \hline 11110_{(2)} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9999_{(16)} \\ +\ 1111_{(16)} \\ \hline AAAA_{(16)} \end{array} \qquad \begin{array}{r} F0F0_{(16)} \\ +\ F0CA_{(16)} \\ \hline 1E1BA_{(16)} \end{array}$$

$\rightarrow$ Se produce un acarreo pues al trabajar con precisión fija, para representar el resultado se requiere de un bit de más

Ejercicio 3:

3) Supongamos que en la suma de dos números de precisión fija de base $b \geq 2$ se produjo un acarreo mayor a 1. Esto implica que sean n_1 y n_2 los dígitos involucrados en el acarreo $n_{1(b)} + n_{2(b)} \geq 20_{(b)}$ pues podemos ver la suma como
$$\begin{array}{r} \overset{2}{n_1}\ldots\ldots y \\ +\ n_2\ldots\ldots y' \\ \hline 20\ldots\ldots \end{array}$$
Ahora, como n_1 y n_2 son símbolos de la base b, $n_1, n_2 < b \Rightarrow n_1 \leq b-1$ y $n_2 \leq b-1 \Rightarrow n_1+n_2 \leq (b-1)+(b-1) = 2b-2$. A su vez, $20_{(b)} = 2b^1+0 = 2b$ y en lo anterior me queda $n_1+n_2 = 2b-2 \geq 2b \rightarrow$ ABSURDO pues $b \geq 2$. Ahora, si suponemos que a n_1+n_2 se le suma 1 de un acarreo anterior, visto como
$$\begin{array}{r} \overset{2\ 1}{n_1\ldots\ldots y} \\ +\ n_2\ldots\ldots y' \\ \hline 20\ldots\ldots \end{array}$$
tenemos que $n_1+n_2+1 \leq (b-1)+(b-1)+1 = 2b-1 \geq 2b \rightarrow$ ABSURDO.

Por lo tanto, no puede haber un acarreo mayor a 1 en la suma de dos números de precisión fija (*)

(*) consideramos que el caso en donde no hay acarreo anterior como caso base, probamos en este caso el acarreo no es mayor a 1, y si luego tomo el acarreo anterior, este no puede ser mayor a uno para no contradecir al caso base. Esto se aplica a las cifras más significativas que la menos significativa en orden hasta llegar a la superior por inducción.

Ejercicio 04:

4) Sean los números n_1 y n_2 en base b y de k dígitos, que $n_{1(b)} \cdot n_{2(b)}$ no tiene más de $2 \cdot k$ dígitos. Para ver esto, tomo el número más grande que puedo representar en base b con k dígitos y se lo asigno a los numerales de n_1 y n_2. Siendo que $n_1 = ab\ldots k_{(b)} \Rightarrow n_1 \leq \overbrace{(b-1)(b-1)\ldots(b-1)}^{k \text{ dígitos}}{}_{(b)}$ (pues $a, b, \ldots, k \leq b-1 < b$ al estar expresado en base b) y asigno $n_1 = n_2 = (b-1)(b-1)\ldots(b-1)_{(b)}$. Ahora, en base decimal tengo que $n_{1(b)} = (b-1) \cdot b^{k-1} + (b-1) \cdot b^{k-2} + \ldots + (b-1) \cdot b^0 =$
$= b^k - b^{k-1} + b^{k-1} - b^{k-2} + \ldots + b^1 - 1$ (agrupo los b^i con $1 \leq i \leq k-1$ y veo que se cancelan) $= b^k - 1 \Rightarrow n_1 = n_2 = b^k - 1_{(10)}$. Luego $n_1 \cdot n_2 = (b^k-1)(b^k-1) =$
$= b^{2k} - 2b^k + 1_{(10)}$. Ahora, el mínimo número que puede representarse con más de $2k$ dígitos en base b es $\overbrace{1000\ldots0}^{2k+1 \text{ dígitos}}{}_{(b)} = 1 \cdot b^{2k} + 0 + \ldots + 0 = b^{2k}_{(10)}$

Si se requiriesen más de $2k$ dígitos para hacer el producto, luego $n_1 \cdot n_2 \geq b^{2k}_{(10)} \Rightarrow \cancel{b^{2k}} - 2b^k + 1 \geq \cancel{b^{2k}} \rightarrow 1 \geq 2b^k$. Con $b \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{N} \Rightarrow 2b^k \geq 2 > 1 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ ABSURDO y se concluye que el producto de dos números de k dígitos en base b no requiere más de $2k$ dígitos.